

缩减码书的快速分形图像编码算法

李高平 雷开彬

(西南民族大学计算机科学与技术学院, 成都 610041)

摘要 为了提高分形图像编码算法的编码过程速度, 首先从理论上证明了一个联系均方误差和相似度的不等式, 并基于匹配子块的相似度和 domain 块的标准差, 设置了两个剔除条件, 用来减少码书容量, 然后通过缩小最佳匹配块的搜索范围, 以达到加快编码速度的目的。对 4 幅复杂性不同的测试图像进行的仿真结果显示, 在对解码图像主观质量影响很小的情况下, 该方案大大加快了基本分形图像算法的编码速度。

关键词 分形图像编码 图像压缩 相似度

中图分类号: TN919.81 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2007)03-0427-05

Fast Fractal Image Coding Algorithm Based on Reducing Codebook

LI Gao-ping, LEI Kai-bin

(College of Computer Science & Technology, Southwest University for Nationalities, Chengdu 610041)

Abstract In order to improve the speed of fractal image coding algorithm, this paper proved an inequality linking the root-mean-square (RMS) and similar measure mathematically and set up two kick-out conditions based on the similar measure and standard deviation of matched block. Therefore it can search out the best-matched block to a range block with a reduced search space at encoding process, which can shorten its runtime significantly. Computer simulation on 4 test images with different complexities demonstrate that the proposed scheme could speedup the coding process, while the subjective quality of the decoded image has a little degradation than that using the corresponding baseline fractal coding algorithm.

Keywords fractal image coding, image compression, similar measure

1 引言

1988年, Barnsley 和 Sloan 在发表的分形图像编码的奠基性著作^[1]里, 首次引入了迭代函数系统 (iterated function system, IFS) 来刻画自然界中物体的自相似性, 并将其用于图像编码。1990年 Jacquin 突破了 IFS 的局限, 提出了基于分块迭代函数系统 (partitioned iterated function system, PIFS) 的分形图像编码算法^[2], 将压缩变换的定义域由原来的整个区域放宽为整个区域的某些子集, 它是利用自然图像不同尺度下区域之间存在的某种相似性特征, 用一组仿射变换参数来描述待编码图像。在传输和存

储时, 只需传输和存储仿射函数的参数, 即可达到高效压缩的目的。在图像恢复时, 只要用这个 PIFS 构造的压缩变换对任意一幅同尺寸的初始图像进行至多 10 次迭代变换, 就可得到恢复图像。

目前这项技术因编码时间长、高压缩比时编码质量不高等不足而未能实用化。针对这些问题, 许多改进方案已被提出^[3-6]。本文主要在缩减码书容量、减少编码时间方面, 作了一些理论探索。

2 缩减码书的算法描述

在图像分形编码算法中, 图像被分割成大小两类子块: 值域块 (range 块, 简称 R 块) 和定义域块

基金项目: 四川省计算机应用基础研究项目 (2006J13-118)

收稿日期: 2006-07-17; 改回日期: 2006-08-28

第一作者简介: 李高平 (1966 ~), 男, 高级讲师。重庆大学应用数学专业硕士研究生毕业。主要研究方向为分形理论及其在图像处理中的应用、模式识别。近年来在国际著名期刊、国内核心期刊发表学术论文 5 篇。E-mail: pinggaoli@163.com

(domain 块, 简称 D 块), 其中, 值域块互不重叠且覆盖整幅图像, 定义域块允许重叠且边长通常为值域块的两倍。编码阶段, 对每一个 R 块, 在原图像中寻找其最佳匹配 D 块和自仿射变换 w , 使得 $w(D)$ 与 R 块的均方误差达到最小。为了寻求由 R 块的灰度值构成的向量 R_i 的最佳匹配块, 需要求解下面的极小化问题:

$$\|R_i - (s_i D_{m(i)} + o_i \cdot I)\| = \min_{D \in \Omega} \{ \min_{\substack{s_i \in \mathbf{R} \\ |s_i| < 1}} \|R_i - (sD + o \cdot I)\| \} \quad (1)$$

其中, \mathbf{R} 是实数集, $\|\cdot\|$ 是向量 2-范数, $m(i)$ 表示 R_i 的最佳匹配块序号。问题(式(1))的内层是约束极小化问题, 通常的做法是先忽略约束 $|s| < 1$, 求解问题

$$E(R_i, D) = \min_{s, o \in \mathbf{R}} \|R_i - (sD + o \cdot I)\| \quad (2)$$

并记其解为 s_i, o_i ; 然后对不满足约束的 s_i 进行截断处理; 接着用全搜索方法求解问题(式(1))的外层极小化问题:

$$E(R_i, D_{m(i)}) = \min_{D \in \Omega} E(R_i, D) \quad (3)$$

其所得到的 R_i 的分形码为四元组 $(m(i), \hat{s}_i, \hat{o}_i, t)$ 。其中, \hat{s}_i, \hat{o}_i 是 s_i, o_i 的量化值, t 是等距变换序号。全体 R_i 的分形码就组成原始图像的分形码, 它描述了一个使图像近似不变的压缩变换。

由此可看出, 编码过程其实就是从海量码书中搜索出 R 块的最佳匹配块 D 块(编码过程的时间主要花费于此)和确定 s 和 o , 以使匹配误差最小的过程。显然, 码书 Ω 的容量越大, 这个过程需要的时间就较长。一个自然的想法是, 能否按照某种方式尽可能排除与 R 块不太可能匹配的 D 块, 以便通过缩减码书容量来达到减少编码时间的目的。下面就这个问题进行讨论。

为讨论方便, 用 $\langle \cdot, \cdot \rangle$, 表示向量内积, 用 \bar{X} 表示 $X \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 的均值, X 的标准差定义为

$$\sigma_X = \sqrt{\|X - \bar{X} \cdot I\| / n} \quad (4)$$

由于在式(1)中忽略了对比度因子约束 $|s| < 1$, 且补偿方法是对不满足约束的对比度因子进行截断处理, 即一般地, $s = \text{sgn}(s) \min(|s|, 1)$, 因此, 匹配误差度量

$$E(R, D) = \min_{s, o \in \mathbf{R}} \|R - sD - o \cdot I\|, R, D \in \mathbf{R}^{n \times n} \quad (5)$$

的解为

$$s = \frac{\langle R - \bar{R} \cdot I, D - \bar{D} \cdot I \rangle}{\|D - \bar{D} \cdot I\|^2}, o = \bar{R} - s\bar{D} \quad (6)$$

$$E(R, D)^2 = \|R - \bar{R} \cdot I\|^2 - s^2 \|D - \bar{D} \cdot I\|^2 \quad (7)$$

根据 s 的表达式(式(5))和 Cauchy-Schwarz 不等式, 有

$$|s| \leq \frac{\|R - \bar{R} \cdot I\| \|D - \bar{D} \cdot I\|}{\|D - \bar{D} \cdot I\|^2} = \frac{\sigma_R}{\sigma_D} \quad (8)$$

上式表明, 对于给定的编码块 R , 由于码书块 D 的标准差 σ_D 越大, s 的绝对值越小, 从而 s 满足约束 $|s| < 1$ 的可能性越大, 需要进行截断处理的可能性就越小。因此, 在文献[6]中, 就根据码书块 D 的标准差 σ_D 设置了一个阈值参数 η , 首先从码书 Ω 中预先排除小标准差码书块, 以得到如下容许码书 Ω_η :

$$\Omega_\eta = \{D \in \Omega \mid \sigma(D) \geq \eta\} \quad (9)$$

这样既减少了码书中码块数目和加快了编码速度, 又提高了解码图像质量^[6]。

从文献[7]中得知, 组成匹配对的两个等尺寸的子块, 它们的相似度应相对较大。这时, 如果能根据编码块 R 和容许码书 Ω_η 中的码书块 D 的相似度 $S(R, D)$ 来设置一个阈值参数 k , 那么, 就可以进一步减少容许码书 Ω_η 中的码块数目, 这样就可得到一个新的容许码书 Ω_0 , 使得实际搜索范围再缩小, 而且编码时间也会相应减少。为此, 可做进一步分析, 衡量子块与潜在匹配子块近似程度的相似度^[7]和新的容许码书 Ω_0 定义如下:

$$S(R, D) = \frac{\langle R, D \rangle}{\|R\| \cdot \|D\|}, R, D \in \mathbf{R}^{n \times n} \quad (10)$$

$$\Omega_0 = \{D \in \Omega \mid \sigma(D) \geq \eta, S(R, D) \geq k\} \quad (11)$$

其中, $\eta > 0, k > 0$ 是预设阈值, 理论上讲, 不能确定其最佳数值, 需要通过实验求取。

现在的问题是, 在这个码书中能否搜索到最佳匹配块? 由于不难由式(4)、式(6)、式(7)、式(10)得到

$$\begin{aligned} E(R, D)^2 &= \|R - \bar{R} \cdot I\|^2 - s^2 \|D - \bar{D} \cdot I\|^2 \\ &= \|R - \bar{R} \cdot I\|^2 \left(1 - \left| \frac{\langle R - \bar{R} \cdot I, D - \bar{D} \cdot I \rangle}{\|R - \bar{R} \cdot I\| \cdot \|D - \bar{D} \cdot I\|} \right|^2 \right) \\ &= \|R - \bar{R} \cdot I\|^2 \left(1 - \left| \frac{\langle R, D \rangle - n \bar{R} \bar{D}}{\|R - \bar{R} \cdot I\| \cdot \|D - \bar{D} \cdot I\|} \right|^2 \right) \\ &\geq \|R - \bar{R} \cdot I\|^2 \left(1 - \left| \frac{\langle R, D \rangle}{\|R - \bar{R} \cdot I\| \cdot \|D - \bar{D} \cdot I\|} \right|^2 \right) \\ &= \|R - \bar{R} \cdot I\|^2 \left(1 - \left| \frac{\langle R, D \rangle}{\|R\| \cdot \|D\|} \cdot \frac{\|R\| \cdot \|D\|}{\|R - \bar{R} \cdot I\| \cdot \|D - \bar{D} \cdot I\|} \right|^2 \right) \\ &= \|R - \bar{R} \cdot I\|^2 \left(1 - S^2(R, D) \left| \frac{\|R\| \cdot \|D\|}{\|R - \bar{R} \cdot I\| \cdot \|D - \bar{D} \cdot I\|} \right|^2 \right) \\ &= (n\sigma_R)^2 \left(1 - S^2(R, D) \frac{\|R\|^2 \cdot \|D\|^2}{n^4 \sigma_R^2 \cdot \sigma_D^2} \right) \end{aligned}$$

因此, 可以得到下列不等式

$$E(R, D) \geq n\sigma_R \sqrt{1 - S^2(R, D) \frac{\|R\|^2 \cdot \|D\|^2}{n^4 \sigma_R^2 \cdot \sigma_D^2}} \quad (12)$$

对于待编码块 R 和码书块 D , 如果 D 是 R 的最佳匹配块, 那么其均方误差 $E(R, D)$ 应该小, 由不等式(12)可知, 它们之间的相似度 $S(R, D)$ 应该大, 反之, 若块 R 和 D 间的相似度 $S(R, D)$ 小, 则块 R 与 D 组成匹配对的误差 $E(R, D)$ 一定很大。当然, 块 R 和 D 间的相似度 $S(R, D)$ 小, 从式(12)并不能推出 $E(R, D)$ 也小, 即子块 R 在相似度意义下的最近邻码块 D 并不能保证是子块 R 在最小均方误差意义下的最佳匹配块。尽管如此, 上面的分析说明了, $S(R, D)$ 足够大是子块 R, D 成为匹配对的一个必要条件。因此, 当把在码书块中搜索 R 块的最佳匹配 D 块的问题转化为搜索与 R 有最大相似度的码书块 D 的问题时, 在容许码书 Ω_0 的范围内搜索得到的匹配误差最小的 D 块, 则能够成为最佳匹配块的可能性就会很大, 下面通过实验来验证其正确性。

从式(6)还可以得出, $E(R, D) \leq \|R - \bar{R} \cdot \mathbf{I}\| = n\sigma_R$ 。这表明对于标准差 σ_R 足够小的子块 R , 任意 $D \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 都可以作为其匹配块。因为标准差足够小的子块 R 的亮度变化很小, 这样的子块通常是图像的平滑区域, 可近似看成常值块, 所以用其均值版本 $\bar{R} \cdot \mathbf{I}$ 近似最合适。于是, 对编码块 R , 若设置一个阈值 $\tau > 0$, 则满足 $\sigma_R < \tau$ 的块 R , 无需再搜索其匹配块, 可以直接赋予分形码, 以便进一步减少编码时间。

基于上述分析, 编码过程的算法具体步骤如下:

- (1) 把待编码图像分割为 $n \times n$ 大小图像子块, 记为 R 块;
- (2) 在同一图像中, 以纵横方向均为 δ pixels 的步长来生成大小为 $2n \times 2n$ 的图像子块 D 块池, 对于每个 D 块, 可采用 4-邻域像素值平均得到 $n \times n$ 块, 并考虑 8 种等距变换, 其所得的子块集合就构成码书 Ω ;

(3) 设定阈值 $\eta > 0, k > 0$, 将码书 Ω 缩减后的容许码书记为

$$\Omega_0 = \{D \in \Omega \mid \sigma(D) \geq \eta, S(R, D) \geq k\};$$

(4) 设定阈值 $\tau > 0$, 并计算每个值域块 R 的标准差。如果 $\sigma_R < \tau$, 则块 R 直接用 $\bar{R} \cdot \mathbf{I}$ 来代替; 如果 $\sigma_R \geq \tau$, 则在容许码书 Ω_0 中搜索与 R 块匹配误差最小的 D 块;

(5) 储存与上述最小误差 $E = E(R, D)$ 对应的 D 块的序号 m 、量化参数 \hat{s}, \hat{o} 以及等距变换序号 t , 其得出的 R 的分形码为 $(m, \hat{s}, \hat{o}, \tau)$;

(6) 对其余 $R(\sigma_R \geq \tau)$, 重复步骤 4 ~ 步骤 5。

3 仿真结果分析

为验证本文算法的编码效果, 选择 4 幅复杂性不同的标准测试图像 Boat、Goldhill、Peppers 和 Zelda ($512 \times 512, 8\text{bit}$ 量化) 为实验对象 (表 1、表 2 中分别用 B、G、P、Z 表示) 进行了仿真实验, 实验平台为运行 Windows XP 的 Intel Celeron (2.4GH CPU/256M 内存), 程序用 C++ 编写。测试性能的参数是编码时间 (s) 和峰值信噪比 (peak signal noise ratio, PSNR) (dB)。在本实验中, 采用的是一致方块分割方法, 选取 R 块大小为 4×4 , D 块大小为 8×8 , 生成 D 块池的滑窗步长为 8。

3.1 阈值参数的实验研究

本文算法中, 编码时间和重构图像依赖于以下 3 个控制参数: R 块的标准差阈值 τ 、 D 块的标准差阈值 η 、 R 块与 D 块的相似度阈值 k 。

(1) 参数 τ 的实验研究。不难想见, 若阈值参数 τ 越大, 则被当作常值块的 R 块越多, 这自然会加快编码速度, 但势必降低解码图像质量。实验表明, 当 τ 值越大时, 则块效应越明显; 但 $\tau \leq 4$ 时, 块效应基本消失 (图 1)。因此, 本文选取 $\tau = 4$ 作为最佳值。



(a) $\tau = 4$

(b) $\tau = 6$

(c) $\tau = 10$

图 1 “块效应”示例

Fig. 1 Tiling effect demonstration

(2) 参数 η 的实验研究。若码书块的标准差阈值 η 越大, 则容许码书中的码书块数量就越少, 编码速度就越快。文献[6]的实验验证, 阈值 η 的取值范围为 20 与 35 之间为宜, 本算法中取阈值 η 为 30。

(3) 参数 k 的实验研究。从表 1 的实验数据可以看出, R 块与 D 块间的相似度阈值 k 取得越大, 其所用编码时间就越小, 编码速度得到了加快, 这和上面的分析一致。在 $k \leq 0.95$ 时, 以峰值信噪比度量的解码图像质量随着编码速度的提高, 其下降比较缓慢; 但在 $k > 0.95$ 时, 解码图像质量下降快。因此, 从兼顾解码图像质量和编码速度的角度看, 选取相似度阈值 k 为 0.95 比较适宜。

3.2 实验结果比较

本文以 Boat、Goldhill、Peppers 和 Zelda 图像 (512 × 512, 8bit 量化) 为例, 从编码性能的两个主要参数——编码时间和以峰值信噪比度量的解码图像质量两个方面, 与文献[6]算法进行比较。为了便于比较, 本文方案增加的阈值参数 k 取 0.95, 4 幅标准测试图像在本文方案下的实验结果见表 1 (表中加黑行为 k 取 0.95 的实验结果)。

表 1 相似度阈值 k 选取的实验结果 ($\tau=4, \eta=30$)

Tab.1 Experimental results of the different similar measure threshold k ($\tau=4, \eta=30$)

不同相似度阈值选取的实验结果									
阈值 k	B		G		P		Z		
	时间 (s)	峰值信噪比 (dB)	时间 (s)	峰值信噪比 (dB)	时间 (s)	峰值信噪比 (dB)	时间 (s)	峰值信噪比 (dB)	
0.6	31.84	32.92	14.95	32.26	25.42	33.87	3.19	35.96	
0.7	30.63	32.9	14.62	32.25	25.17	33.77	3.13	35.95	
0.8	29	32.78	14.33	32.23	24.47	33.34	3.12	35.88	
0.85	27.18	32.70	14.02	32.18	23.47	33.02	2.97	35.83	
0.90	25.61	32.40	13.69	31.95	19.66	32.04	2.63	35.58	
0.92	22.16	32.14	12.99	31.82	16.97	31.65	2.41	35.45	
0.94	18.63	32.14	10.84	31.75	14.16	30.79	1.95	35.23	
0.95	16.73	31.96	9.64	31.63	12.67	30.18	1.66	35.09	
0.96	13.16	31.63	7.91	31.38	11.2	29.48	1.39	34.73	
0.97	11.23	30.71	6.25	31.08	10.47	28.31	1.14	33.31	
0.98	9.16	28.40	4.7	29.83	8.89	26.13	1.32	24.32	
BFA	869.9	32.9	860.2	32.17	910.9	33.79	919	36.34	

其中, BFA 表示基本分形算法

下面将本文算法与文献[6]算法相对于基本算法的加快编码速度的倍数和增加的峰值信噪比值的对比结果列于表 2。表 2 表明, 本文算法 ($\tau=4, \eta=30, k=0.95$) 与文献[6]算法 ($\tau=4, \eta=30$) 相比, 对选用的 4 幅标准测试图像来说, 前者的编码速度平均加快达 187 倍, 解码图像质量下降 1.59dB; 后者的编码速度平均加快为 95 倍, 解码图像质量下降 0.0025dB。

表 2 本文算法与文献[6]算法的对比结果

Tab.2 Comparison of the coding results between the proposed algorithm and the literature[6] algorithm

测试图像	文献[6]算法 ($\tau=4, \eta=30$)				本文算法 ($\tau=4, \eta=30, k=0.95$)			
	时间 (s)	峰值信噪比 (dB)	加快倍数	峰值信噪比增加值 (dB)	时间 (s)	峰值信噪比 (dB)	加快倍数	峰值信噪比增加值 (dB)
B	31.94	32.94	27.2	0.04	16.73	31.96	52	-0.094
G	14.97	32.26	57.4	0.09	9.64	31.63	89.2	-0.54
P	29.75	34.02	30.6	0.23	12.67	30.18	71.9	-3.61
Z	3.46	35.97	265.6	-0.37	1.66	35.09	536.6	-1.25

注: 表中加快倍数和峰值信噪比增加值都是相对于基本算法



(a) 本文算法 (b) 基本分形算法

图 2 解码图像对比

Fig.2 The comparison of the decoded image

4 结论

本文首先从理论上证明了一个联系均方误差和相似度的不等式, 并将匹配子块的相似度 $S(R, D)$ 和 D 块标准差作为剔除条件, 提出了一个缩减码书容量的快速分形编码算法。本文算法不仅复杂性并不增加, 而且 4 幅测试图像的仿真结果也验证了算法的有效性。该算法在加快编码速度的同时, 图

像的峰值信噪比值有一定的下降,其主要原因可能是按照本文快速算法搜索到的最佳码书块有少数不是均方误差意义下的最佳匹配。但对于某些图像,图像的主观质量伴随峰值信噪比值的下降未必出现明显变化。对 Zelda512×512 图像,本文算法(τ, η, k 分别取 4, 30, 0.95)与基本分形算法相比,在峰值信噪比下降 1.25dB 时,编码速度提升约 537 倍,而本文算法解码图像的主观质量却是不错的(见图 2)。因此,综合考虑质量、时间和算法复杂性,本文算法为加快分形编码速度提供了一个好的候选方案。

参考文献 (References)

- 1 Barnsley M F, Sloan A D. A better way to compress images[J]. BYTE, January, 1988, (1): 215 ~ 223.
- 2 Jacquin A E. Image coding based on a fractal theory of iterated contractive image transformations[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1992, 1(1): 18 ~ 30.
- 3 Lai C M, Lam K M, Siu W C. A fast fractal image coding based on kick-out and zero contrast conditions [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003, 12(11): 1398 ~ 1403.
- 4 He Chuan-jiang, Yang-jing. Fast fractal image encoding based on shape featur[J]. Journal of Image and Graphics, 2005, 10(4): 410 ~ 414. [何传江, 杨静. 基于形态特征的快速分形图像编码[J]. 中国图象图形学报, 2005, 10(4): 410 ~ 414.]
- 5 Furaoa S, Hasegawa O. A fast no search fractal image coding method [J]. Signal Processing: Image Communication, 2004, 19(3): 393 ~ 404.
- 6 He Chuan-jiang, Li Gao-ping. Improved algorithm for fractal image encoding[J]. Computer Simulation, 2004, 21(8): 62 ~ 65. [何传江, 李高平. 分形图像编码的改进算法[J]. 计算机仿真, 2004, 21(8): 62 ~ 65.]
- 7 Luo Cheng-ping, Gong Pei-zeng. Image matching technique [J]. Microcomputer Applications, 2000, 16(3): 26 ~ 28. [罗成平, 龚沛曾. 图象匹配技术[J]. 微型电脑应用, 2000, 16(3): 26 ~ 28.]